Nichtkooperative Spieltheorie*

Heinrich H. Nax (ETH Zürich, Universität Zürich)
Bary S. R. Pradelski (CNRS, Université Grenoble Alpes)

1. Ursprünge

Die Spieltheorie ist eine mathematische Sprache zur Formalisierung von interaktiven Entscheidungssituationen. Im Unterschied zur (herkömmlichen) Entscheidungstheorie, die Situationen beschreibt, in denen ein einzelnes Individuum sich zwischen verschiedenen Lotterien entscheidet, gibt es in der Spieltheorie in der Regel Interaktionen zwischen den Entscheidungen mehrerer Entscheidungsträger, so dass der Nutzen des Einzelnen (im Sinne des individuellen „von Neumann-Morgenstern-Nutzens" – vgl. Kapitel II.1 zur Entscheidungstheorie) nicht nur von den Lotterien und den eigenen Entscheidungen, sondern auch von den Entscheidungen der anderen Entscheidungsträger abhängt. Der spieltheoretische Ansatz hat revolutionären Einfluss auf die Entwicklung der Biologie und Sozialwissenschaften genommen, insbesondere in der Wirtschaftsforschung, was dadurch belegt ist, dass bis heute 13 Spieltheoretiker den Wirtschaftsnobelpreis gewonnen haben, unter ihnen auch der in Deutschland geborene Robert Aumann und der bisher einzige deutsche Preisträger Reinhard Selten.

Der Begriff Spieltheorie („game theory") geht auf die 1928 und 1944 erschienenen Bücher „Zur Theorie der Gesellschaftsspiele" (John von Neumann) und „Theory of Games and Economic Behavior" (John von Neumann und Oskar Morgenstern) zurück. In diesen beiden Büchern werden hauptsächlich Grundlagen der Spieltheorie sowie wirtschaftliche Anwendungen der Spieltheorie behandelt, aber es werden auch illustrative Beispiele diskutiert, die auf der Analyse von Gesellschaftsspielen (wie Schach oder Poker) basieren. Das 1944 erschienene Werk von John von Neumann und Oskar Morgenstern wird gerne als Beginn der modernen Spieltheorie bezeichnet wird. Es ist jedoch anzumerken, dass es bereits vorher, sogar schon im 19.

* Es ist unmöglich der nichtkooperativen Spieltheorie in einem Kapitel gerecht zu werden. Ziel dieses Kapitels ist es daher nur einige (wenige) zentrale Konzepte der Spieltheorie zu erläutern und diese zu nutzen, um einige der Rational-Choice beziehungsweise entscheidungstheoretischen Grundlagen der nichtkooperativen Spieltheorie zu diskutieren. Dieses Kapitel ist aus dem Kurs „Introduction to Game Theory" entstanden, den die Autoren in den Jahren 2017 und 2018 gemeinsam an der ETH Zürich unterrichteten. Die Autoren danken den Studenten, insbesondere Simon Jantschgi, für Kommentare. Mehr Informationen zu diesem Kurs und anderen Ressourcen rundum Spieltheorie sind auf www.gametheory.online zu finden. Für einen tieferen Einblick in die nichtkooperative Spieltheorie verweisen wir den interessierten Leser auf eines der vielen Lehrbücher, die sich ausschließlich mit nichtkooperativer Spieltheorie befassen, wie etwa das Buch von Osborne & Rubinstein (1994).

Jahrhundert, einige spieltheoretische Abhandlungen ökonomischer Entscheidungssituationen gab, wie etwa 1838 das Oligopolmodell von Antoine Augustin Cournot.

Der Begriff Spieltheorie umfasst grob gesagt zwei Spielarten (Kategorien) – die kooperative und die nichtkooperative Spieltheorie. In diesem Kapitel befassen wir uns mit der nichtkooperativen Spieltheorie, die wir in diesem Kapitel kurz als Spieltheorie bezeichnen werden. Es wird angenommen, dass die individuellen Akteure in ihrem eigenen Interesse agieren, ohne dass sie verbindliche Verträge mit anderen Akteuren abschliessen können. Die Folgen von verbindlichen Abkommen werden im Kapitel II.3 behandelt. Es ist jedoch anzumerken, dass der individuelle Entscheidungsträger nicht nur ein einzelnes menschliches Individuum beschreiben muss, sondern durchaus auch eine Gruppe oder andersartige Koalition von Individuen wie etwa Firmen, Staaten, etc. beschreiben kann. Jedoch agieren jene in diesem Fall als ein einzelner Entscheidungsträger. Des Weiteren müssen die individuellen „utilities“ keineswegs nur eigenen, das Individuum selbst betreffenden, materiellen Eigennutzen beschreiben, sondern können sich durchaus auch auf das sich ergebende Gesamtresultat (z.B. die Verteilung des materiellen Wohlstandes) beziehen (vgl. Kapitel II.4; Kapitel III.1; Kapitel III.3; Kapitel III.4), insofern das betroffene Individuum ebensolche (sozialen) Präferenzen innehat.

2. Spiele in Normalform

Es gibt zwei Repräsentationen nichtkooperativer Spiele, nämlich die extensive und normale Form. Die extensive Form enthält Informationen darüber, welcher Spieler wann handelt und welche Informationen Spieler über vorhergehende Aktionen erhalten – Schach eignet sich hier als gutes Beispiel. Hier konzentrieren wir uns auf die einfachere Normalform, die ausreicht, um Spiele zu beschreiben, in denen alle Spieler simultan entscheiden – Schere-Stein-Papier ist ein solches Spiel. Für Informationen zur extensiven Form und der Verbindungen der beiden Spielformen verweisen wir den Leser auf Bücher, die sich detailliert mit nichtkooperativer Spieltheorie befassen wie etwa Osborne & Rubinstein (1994).

Bevor wir die allgemeine Notation einführen, diskutieren wir zunächst einige Beispiele nichtkooperativer Spiele in Normalform in Worten:

Beispiel 1 (Schere-Stein-Papier). Zwei Spieler, Anne und Beate, spielen Schere-Stein-Papier. Anne gewinnt, wenn sie Stein spielt und Beate Schere, oder wenn sie Schere spielt und Beate Papier, etc. Wir werden die vereinfachende Annahme machen, dass sowohl Anne und Beate einfach nur gewinnen wollen, also nicht etwa versuchen so zu spielen, dass sie verlieren, weil sie sich wünschen, dass die jeweils andere gewinnt. In diesem Fall wird Anne versuchen auf Beates Schere mit Stein zu reagieren, auf Beates Papier mit Schere, und auf Beates Stein mit Papier. Beate jedoch räsoniert ebenso. *Frage*: Wie sollten Anne und Beate spielen, um Ihre Gewinnchancen zu maximieren?

Beispiel 2 (Triopol). Drei identische Firmen (Firma A, Firma B und Firma C) entscheiden sich, wieviel Einheiten eines Gutes sie produzieren. Der Marktpreis des Gutes hängt (negativ) vom Gesamtangebot ab. Der individuelle Firmenprofit ist eine Funktion der verkauften und produzierten Einheiten sowie des Preises, der pro verkaufte Einheit erzielt wird. Wir werden die vereinfachende Annahme treffen, dass alle drei Firmen mit konstantem Grenznutzen nur ihren eigenen Gewinn maximieren wollen, also nicht etwa versuchen den Gewinn der anderen Firmen darüber hinaus (positiv oder negativ) zu beeinflussen. Unter dieser Annahme wird jede Firma genauso viele Einheiten produzieren, dass der ihr zufallende Gewinn maximal ist gegeben des Produktionsverhaltens der anderen Firmen. *Frage*: Wieviel sollten die Firmen jeweils produzieren? Angenommen ein Entscheidungsträger besitzt alle drei Firmen, wird er gleich entscheiden?

Nebenbei sei bemerkt, dass beide Beispiele symmetrisch in dem Sinne sind, dass alle am Spiel beteiligten Spieler dieselben Strategien spielen können, und dass die individuellen Nutzen gleichermaßen vom gesamten Strategieprofil abhängen.

Aus der Beschreibung der beiden Spiele wird deutlich, dass ein nichtkooperatives Spiel der Spezifizierung dreier Elemente bedarf: 1. Spieler, 2. Strategien und 3. Auszahlungen/Nutzen. Formal schreiben wir für die Bausteine 1, 2 und 3, die ein Spiel definieren, folgendes:

Definition 1. Ein nichtkooperatives *Spiel in Normalform* besteht aus den folgenden Komponenten:

- *Spieler*: Eine Population von $N = \{1, \dots, n\}$ Spielern.
- *Strategien*: Für jeden Spieler i eine Strategiemenge $A_i = \{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^{k_i}\}$ mit typischem Element a_i. Wir schreiben $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \prod_{i \in N} A_i$ für ein Srategieprofil aller Spieler.
- *Nutzen*: Gegeben ein Strategieprofils $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \prod_{i \in N} A_i$, das für jeden Spieler eine Strategie spezifiziert, gibt es eine Nutzen-Konsequenz in der Form eines von-Neumann-Morgenstern Nutzens $u: A \to R^n$.

Für unsere beiden Beispiele symmetrischer Spiele bedeutet das folgendes:

Beispiel 1 (Fortsetzung).

- *Spieler*: $N = \{Anne, Beate\}$.
- *Strategien*: $A_{Anne} = A_{Beate} = \{Stein, Schere, Papier\}$
- *Nutzen*: Anne und Beate bekommen jeweils $+1$ bei Sieg, -1 bei Niederlage, 0 bei Unentschieden. Wer wann gewinnt, ist bekannt.

Die Normalform eines 2x3-Spieles (d.h. zwei Spieler mit je drei Strategien), wie etwa von Schere-Stein-Papier, sieht durch eine Spielmatrix zusammengefasst so aus:

Anne, Beate	**Stein**	**Schere**	**Papier**
Stein	0,0	<u>1</u>,-1	-1,<u>1</u>
Schere	-1,<u>1</u>	0,0	<u>1</u>,-1
Papier	<u>1</u>,-1	-1,<u>1</u>	0,0

Abbildung 1. Schere-Stein-Papier

Die beiden Spielerinnen, d.h. Reihenspielerin (Anne) und Zeilenspielerin (Beate), haben je drei Aktionen (Stein, Schere, Papier). Anne gewinnt (erhält einen Nutzen von $+1$ und Beate eine von -1), verliert (erhält einen Nutzen von -1 und Beate eine von $+1$) oder das Spiel endet unentschieden (beide erhalten 0), je nachdem welche Aktion Anne und Beate jeweils wählen. Dieses Spiel ist ein Beispiel eines sogenannten Nullsummenspieles, in dem die Summe der Nutzen für jedes Strategieprofil Null ergibt. Intuitiv beschreiben Nullsummenspiele mit zwei Spielern Interaktionen, in denen immer entweder einer der beiden Spieler gewinnt (und der andere entsprechend verliert) oder das Spiel unentschieden endet.

Beispiel 2 (Fortsetzung).

1. *Spieler*: $N = \{Firma\ A, Firma\ B, Firma\ C\}$.
2. *Strategien*: $q_i \in [0, M], \forall\, i \in N$.
3. *Nutzen*: $u_i = Preis(Q) \cdot q_i - Produktionskosten(q_i)$, wobei $Q = \sum_{i \in N} q_i$, also der Preis eine Funktion der Gesamtproduktion ist. Wir nehmen an, dass Preis und Produktionskosten durch die Funktionen $Preis(Q) = P - Q$ und $Produktionskosten(q_i) = c \cdot q_i$ bestimmt werden.

3. Lösungsansätze

Als nächstes wenden wir uns nun der Frage zu, welche Art von Strategieprofilen bei Spielen (vorerst immer in Normalform) Lösungen (oder Gleichgewichte) darstellen? In der Spieltheorie sind solche Gleichgewichte Aussagen bezüglich der Strategieprofile, die gegeben des jeweiligen Lösungsansatzes Lösungen darstellen. Es gibt eine Vielzahl solcher Lösungsansätze, von denen wir hier zwei genauer beschreiben möchten, nämlich das berühmte Nash-Gleichgewicht und das Strong Equilibrium.

Nash Gleichgewicht

Das bekannteste Lösungskonzept der Spieltheorie ist das nach John Nash benannte Nash-Gleichgewicht. In Worten beschrieben ist das Nash-Gleichgewicht ein Strategieprofil, in dem sich jeder Spieler so verhält (eine Strategie spielend), dass es gegeben dem Verhalten der restlichen Spieler keine andere Strategie gibt, die einen höheren Nutzen erzielt.

Bevor wir das Konzept des Nash-Gleichgewicht auf unsere beiden Beispiele anwenden, betrachten wir zunächst ein anderes berühmtes Spiel, denn zur Illustration des Nash-Gleichgewichts wird oft die Geschichte des sogenannten Gefangenendilemmas erzählt, welches 1950 von Merrill Flood and Melvin Dresher in etwa wie folgt formuliert wurde:

Beispiel 3 (Gefangenendilemma). Zwei Gefangene Robbie und Priscilla werden unabhängig voneinander gleichzeitig befragt. Für jeden gilt die Kronzeugenregelung und beide Gefangenen versuchen so kurz wie möglich inhaftiert zu werden. Wenn sich beide bedeckt halten, gehen beide nur kurz in den Bau (1 Jahr). Die sich-bedeckt-halten Strategie wird damit bezeichnet, mit dem andren Gefangenen zu „kooperieren“. Wenn der eine den anderen jedoch in die Pfanne haut (d.h. wenn er „defektiert“), kommt der Defektierende sofort frei und der andere bleibt lange in Haft (10 Jahre). Wenn sich beide beschuldigen, gehen beide in den Bau (6 Jahre).

Robbie, Priscilla	**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**	**Packt aus („defektiert“)**
Hält sich bedeckt („kooperiert“)	-1,-1	-10,<u>0</u>
Packt aus („defektiert“)	<u>0</u>,-10	<u>-6,-6</u>

Abbildung 2. Gefangenendilemma

Was ist also das Nash-Gleichgewicht, also das Strategieprofil, in dem jeder die Strategie spielt, die ihm den höchsten Nutzen garantiert, wenn er das Verhalten des anderen als bereits gegeben betrachtet? Im Gefangenendilemma ist diese Frage relativ leicht zu beantworten, denn es gibt eine dominierte Kooperationsstrategie und eine dominante Defektionsstrategie.

Definition 1. Eine Strategie a_i gilt als *schwach dominiert,* wenn Spieler i eine Strategie a'_i hat, für die $u_i(a'_i, a_j) \geq u_i(a_i, a_j)$ für alle möglichen Strategien a_j des anderen Spielers gilt, mit strikter Ungleichung für wenigstens eine Strategie $a_j \in A_j$. Ist die Ungleichung strikt für alle $a_j \in A_j$, dann gilt a_i als *strikt dominiert.*

Im Gefangenendilemma dominiert die Defektionsstrategie, da 0 Jahre im Bau besser sind als 1 Jahr (defektieren ist eine sogenannte *Beste Antwort* gegen kooperieren) und 6 Jahre im Bau besser sind als 10 Jahre im Bau (defektieren ist eine *Beste Antwort* gegen defektieren). Da die Defektionsstrategie also immer besser als die Kooperationsstrategie ist, lässt sich universale Defektion als vollkommen überzeugende Lösung des Gefangenendilemmas ansehen.

Nicht jedes Spiel hat jedoch dominierte oder dominante Strategien; um ein Lösungskonzept für derartige Spiele formulieren zu können, greift man häufig auf das Konzept der Besten Antwort zurück:

Definition 2. Eine Strategie a_i^* von Spieler i ist eine *Beste Antwort* auf die Strategie a_j des Spielers j, wenn $u_i(a_i^*, a_j) \geq u_i(a_i, a_j)$ verglichen mit allen alternativen Strategien $a_i \in A_i$ gilt.

Auf der Grundlage des Konzeptes der Besten Antwort lässt sich das Nash-Gleichgewicht nun wie folgt definieren:

Definition 3. Ein Strategieprofil $a^* \in A$, ist ein *Nash-Gleichgewicht*, wenn die Strategie eines jeden Spielers i (a_i^*) eine Beste Antwort gegenüber den Strategien der anderen Spieler in a^* ist.

Wir ermutigen den Leser sich davon zu überzeugen, dass das Nash-Gleichgewicht des Gefangenendilemmas das Strategieprofil ist, in dem beide Spieler defektieren. Dies illustriert den wichtigen Punkt, dass das Nash-Gleichgewicht keinerlei Garantien bezüglich der

Paretoeffizienz des Strategieprofils gibt.[1] Es beschreibt lediglich das Strategieprofil, in dem kein Spieler unilateral eine andere Spielstrategie wählen kann, um seinen Nutzen zu verbessern.

Was bedeutet das für unsere beiden Beispiele Triopol und Schere-Stein- Papier?

Beispiel 2 (Fortsetzung). Im Triopolspiel ergibt sich die Beste Antwort aus den Optimalitätskriterien erster Ordnung: der individuelle Nutzen ist $u_i = Preis(Q) \cdot q_i - Produktionskosten(q_i) = (P - Q) \cdot q_i - c \cdot q_i$, somit ergibt sich aus der ersten Ableitung ein Optimalitätskriterium von $q_i^* = (P - c - (Q - q_i^*))/2$ für alle $i \in N$. Im symmetrischen Nash-Gleichgewicht gilt mithin $q_i^* = (P - c)/4$ für alle $i \in N$.

Beispiel 1 (Fortsetzung). In Schere-Stein-Papier ist es jedoch offensichtlich, dass jede Strategie auf genau eine andere Strategie des anderen Spielers den Sieg garantiert. Die in Abbildung 1 unterstrichenen Nutzenwerte illustrieren die Besten Antworten. In anderen Worten, die Beste Antwort, d.h. die Strategie, die auf eine Strategie des anderen am besten reagiert, ist immer eine andere. Da es in Schere-Stein-Papier kein Strategieprofil gibt, in dem beide Spieler gleichzeitig eine der drei (puren) Strategien – d.h. Stein, Schere oder Papier – spielen und diese als Beste Antwort verbuchen, gibt es in Schere-Stein-Papier kein Nash-Gleichgewicht in (puren) Strategien.

Da wir bereits festgestellt haben, dass Schere-Stein-Papier kein Nash-Gleichgewicht in puren Strategien besitzt, stellt sich die Frage: Lässt sich der Grundgedanke des Nash-Gleichgewichts als ein Profil Bester Antworten retten, indem wir eine natürliche Erweiterung dieses Spiels betrachten? Um diese Frage zu beantworten, müssen wir den Strategieraum des ursprünglichen Spieles erweitern, so dass jeder Spieler beliebig zwischen seinen Strategien randomisieren („mischen“) kann. Insbesondere kann ein Spieler jede pure Strategie mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/3 spielen, woraufhin für den Gegenspieler alle Strategien die gleiche Gewinnchance ergeben. Also kann der Gegenspieler ebenso als Beste Antwort jede pure Strategie mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/3 spielen, und so ergibt sich ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien. Formal kann man dies folgendermaßen ausdrücken.

[1] Ein Strategieprofil ist Pareto-effizient, wenn es kein alternatives Strategieprofil gibt, in dem keiner der Spieler einen niedrigeren Nutzen erhält und mindestens ein Spieler einen höheren Nutzen erhält (vgl. Kapitel II.3).

Definition 4. Eine *gemischte Strategie* eines Spielers i spezifiziert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung p_i, die jeder Strategie a_i^j eine Spielwahrscheinlichkeit $p_i(a_i^j) \geq 0$ zuordnet, so dass $\sum_{j=1}^{k_i} p_i(a_i^j) = 1$.

Wir können das *Nash-Gleichgewicht* nun auch für gemischte Strategien definieren:

Definition 5. Ein gemischtes Strategieprofil $(p_1, p_2, \ldots p_n)$, ist ein *Nash-Gleichgewicht*, wenn die Strategie eines jeden Spielers i (p_i) eine Beste Antwort gegenüber den Strategien der anderen Spieler in $(p_1, p_2, \ldots p_n)$ ist.

Wir bemerken, dass im gemischten Nash-Gleichgewicht des Schere-Stein-Papier Spiels spielt jeder Spieler i jede der drei puren Strategien a_i mit einer gemischten Strategiewahrscheinlichkeit von $p_i(a_i) = 1/3$.

Nash beweist in seiner Dissertation aus dem Jahre 1950, dass jedes Spiel mindestens ein Nash-Gleichgewicht in puren oder gemischten Strategien besitzt. Insbesondere besitzt jedes symmetrische Spiel mindestens ein symmetrisches Nash-Gleichgewicht (Nash 1951). Übrigens ist die Anzahl der existierenden Nash-Gleichgewichte fast immer ungerade.

Streng dominierte Strategien können daher in einem durch die Normalform ausgedrückten Spiel niemals eine Beste Antwort darstellen. Also können wir alle streng dominierten Strategien eliminieren und in dem daraus resultierenden reduzierten Spiel können wir wiederum alle streng dominierten Strategien eliminieren, usw. Der Grund dafür ist, dass eine streng dominierte Strategie nie eine Beste Antwort ist und somit auch eine Strategie, die ebenfalls streng dominiert oder nur auf eine dominierte Strategie nicht-streng-dominiert ist, nie eine Beste Antwort ist. Dieses Verfahren der iterativen Elimination streng dominierter Strategien kann auch auf gemischte Strategien angewendet werden.

Beispiel 3 (Fortsetzung). Und so funktioniert die iterative Elimination streng dominierter Strategien im Gefangenendilemma:

Robbie, Priscilla	**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**	**Packt aus („defektiert“)**
~~**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**~~	~~-1, -1~~	~~-10,0~~
Packt aus („defektiert“)	0,-10	-6,-6

Abbildung 3. Elimination 1 – Kooperation ist streng dominiert für Robbie

Robbie, Priscilla	~~**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**~~	**Packt aus („defektiert“)**
~~**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**~~	~~-1,-1~~	~~-10,0~~
Packt aus („defektiert“)	0,~~-10~~	-6,-6

Abbildung 4. Elimination 2 – Kooperation ist streng dominiert für Priscilla

Robbie, Priscilla	**Packt aus („defektiert“)**
Packt aus („defektiert“)	-6,-6

Abbildung 5. Resultat der beiden Eliminationen

Nash-Gleichgewichte enthalten keine Strategien, die durch das Verfahren der iterativen Elimination streng dominierter Strategien eliminiert werden können. Folglich kann das Verfahren zum Identifizieren der Nash-Gleichgewichte genutzt werden, denn auch wenn es nicht immer direkt zu ihnen führt, kann es die Analyse von komplexeren Spielen deutlich vereinfachen.

Verfeinerungen und Alternativen

Das Nash-Gleichgewicht ist das bei weitem bekannteste, aber keineswegs einzige Lösungskonzept der nichtkooperativen Spieltheorie. Alternativen und Erweiterungen existieren für kompliziertere Spiele als die hier eingeführten. Zum Beispiel gibt es in Spielen mit nichtsimultanen Entscheidungen , d.h. mit konsekutiven Entscheidungsketten, das teil- oder subspielperfekte Nash-Gleichgewicht (*subgame perfect Nash Equilibrium*) von Reinhard Selten (1965). Grob vereinfacht werden dadurch diejenigen Gleichgewichte identifiziert, die auch in jedem durch vorherige Entscheidungen erreichten Subspiel ein subspielperfektes Nash-Gleichgewicht beinhalten (vgl. Abschnitt 5). Noch komplizierter wird es in Spielen mit inkompletter Information, in denen einfachere Entscheidungsgrundlagen nicht haltbar sind. In diesen werden „beliefs“ bezüglich des Spieles und der anderen Spieler eingeführt und Bayesianische Rationalität angewendet (John Harsanyi 1967/1968).[2]

Für den Fall, dass eine Mehrzahl von Nash-Gleichgewichten existiert, gibt es Verfeinerungen des Nash-Gleichgewicht, z.B. das von Robert Aumann entwickelte *Strong (Nash) Equilibrium*. Im Unterschied zum Nash-Gleichgewicht verlangt ein Strong Equilibrium, dass das Strategieprofil nicht nur stabil gegenüber unilateralen Strategiewechseln einzelner Spieler, sondern auch gegenüber multilateralen Strategiewechseln jeder beliebigen Gruppengröße ist.

Definition 6. Ein Strategieprofil $a^!$ ist ein *Strong Equilibrium*, wenn alle Strategien $a_S^!$ einer jeden Gruppe $S \subseteq N$ von Spielern so gewählt sind, dass $u_i\left(a_S^!, a_{\{N-S\}}^!\right) \geq u_i\ (a_S, a_{\{N-S\}}^!)$ für alle $i \in S$ verglichen mit allen alternativen Strategie Profilen a_S für S.

Das Strong Equilibrium verlangt somit deutlich mehr als das Nash-Gleichgewicht, denn da auch N eine erlaubte Gruppengröße ist, muss das Strong Equilibrium auch Pareto-effizient sein. Somit ist das Strong Equilibrium in einem gewissen Sinne das Nonplusultra: Robust in eigentlich jedem Sinne und Pareto-effizient. Leider, wie so oft im Leben mit den Traumprodukten, existiert das Strong Equilibrium in puren Strategien in keinem unserer Beispiele. Was bedeutet das? Es bedeutet, dass keines unserer Beispiele ein stabiles Strategieprofil hat, das robust gegen sowohl unilaterale Abweichungen als auch gegen multilaterale Neuverhandlungen ist. Das trifft auf die meisten Spiele zu, die in Spieltheorie standardmäßig behandelt werden, wie z.B. Public Goods Games (vgl. Kapitel III.2). Die Nichtexistenz der Strong Equilibria bedeutet aber nicht, dass das Lösungskonzept uninteressant ist oder dass die Spieltheorie per se vorhersagt (oder vorschreibt), dass das Nash-Gleichgewicht gespielt werden muss. Es besagt lediglich, dass all solche Spiele wie die, die wir hier beschrieben haben, eine gewisse Spannung innehaben in Bezug auf Stabilität des Strategieprofils (wie im Falle von Schere-Stein-Papier) oder im Hinblick auf individuelle versus kollektive Interessen (wie in den Fällen Gefangenendilemma und Triopol). In unseren Augen sind genau solche Erkenntnisse ein Vorzug der nichtkooperativen Spieltheorie.

[2] Und hier öffnet sich auch schon die Büchse der Pandora, denn unterschiedliche Lösungskonzepte setzen grundlegend auch unterschiedliche Formen geteilten Wissens voraus und so verschwimmen auch die Grenzen zwischen imperfekter und inkompletter Information. Diese Fragen sind Gegenstand der epistemischen Spieltheorie, deren Darstellung aber den Rahmen dieses Kapitels sprengen würde. Der interessierte Leser wird zum Beispiel auf Dekel & Siniscalchi (2015) für eine Einführung verwiesen.

4. Spiele in extensiver Form und Subspielperfektion

Bisher legten wir den Fokus auf Spiele, in denen alle Spieler gleichzeitig entscheiden oder in denen kein Spieler weiß, welche Strategien die anderen gespielt haben. In vielen Spielen ist das nicht der Fall, denn es gibt eine Reihenfolge, in der die Spieler ihre Strategien spielen. Solche Spiele werden in der sogenannten extensiven Form (im Gegensatz zur Normalform) aufgeschrieben. Über solche Spiele werden wir an Hand des folgenden Koordinationsspieles nachdenken.

Beispiel 4 (Koordinationsspiel). Zwei Spieler, *Westen* und *Osten*, laufen aufeinander zu und entscheiden sich entweder *rechts* oder *links* zu gehen, um den anderen zu vermeiden. Wenn sie ineinander laufen, tut es beiden weh. Wenn sie aneinander vorbeilaufen, geht es beiden gut. Westen hat eine Präferenz für links laufen, Osten für rechts.

Stellt man diese Situation als ein Spiel in Normalform dar (vgl. Abbildung 6), zeigt sich, dass es zwei Nash-Gleichgewichte in puren Strategien gibt, nämlich (links, links) sowie (rechts, rechts).

Westen, Osten	**links**	**rechts**
links	2,1	0,0
rechts	0,0	1,2

Abbildung 6. Koordinationsspiel in Normalform

Jetzt stellen wir uns das Szenario vor, in dem *Osten* zuerst entscheidet, und *Westen* diese Entscheidung observiert und darauf reagiert. Dies führt zur Abbildung 7.

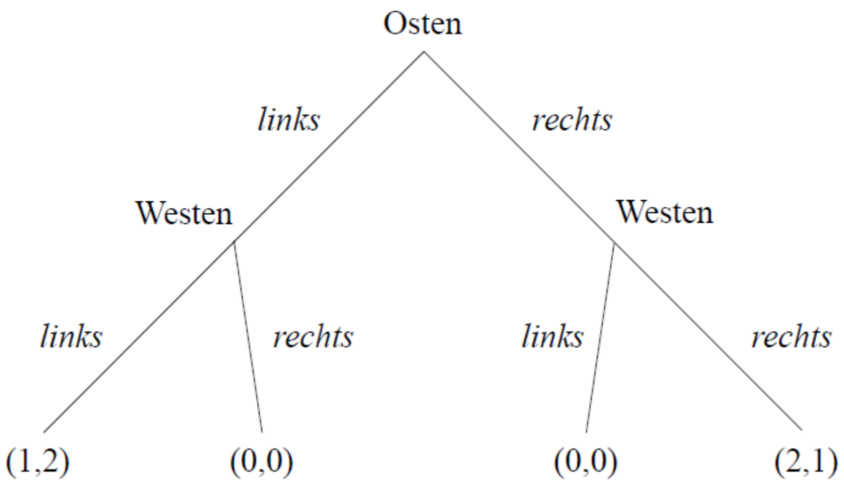

Abbildung 7. Koordinationsspiel in extensiver Form

In diesem Fall hat Spieler *Osten* den Vorteil, dass er rechts spielen kann, und so Westen im eigenen Interesse seine Beste Antwort spielt und somit auch rechts wählt. Somit kann sich *Osten* durch seinen Zug das Nash-Gleichgewicht quasi aussuchen. Diese Verfeinerung nennt man subspiel- oder teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht. Man findet es durch Rückwärtsinduktion, bei der man das Spiel vom Ende her analysiert (vgl. Abbildungen 8–10).

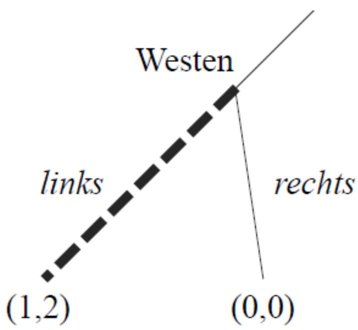

Abbildung 8. Teilspiel „Westen links“: Was würde Westen im Eigeninteresse machen, wenn Osten links spielt? Westen würde links spielen.

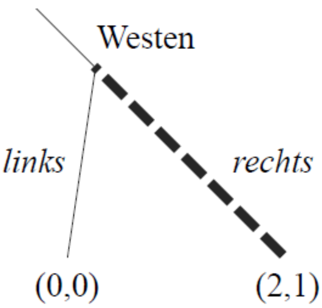

Abbildung 9. Teilspiel „Westen rechts“: Was würde Westen im Eigeninteresse machen, wenn Osten rechts spielt? Westen würde rechts spielen.

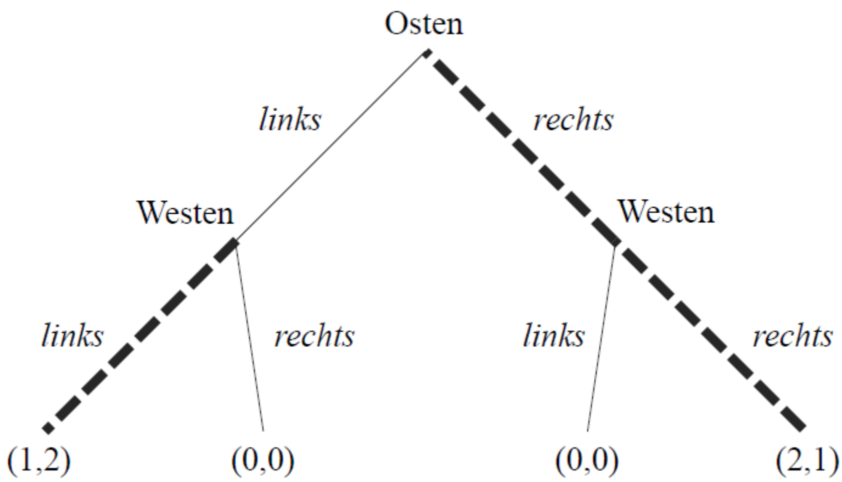

Abbildung 10: Teilspiel „Osten“: Was tut Osten, wenn es durch rechts oder links spielen zwischen (rechts, rechts) oder (links, links) auswählen kann? Osten wählt rechts, denn das Nash-Gleichgewicht (rechts, rechts) hat einen höheren Nutzen für Osten.

5. Rational-Choice-Grundlagen

Um den Rational-Choice-Grundlagen eines Lösungskonzeptes wie dem Nash-Gleichgewicht nachzugehen, stellen wir uns zwei Fragen:

- Was also ist Spieltheorie?
- Auf welchen Rationalitätsannahmen beruht sie?

Zunächst zur ersten Frage: Die Spieltheorie ist in erster Linie eine präzise Sprache zur Entwicklung mathematischer Modelle für interaktive Entscheidungssituationen. Weder Biologie noch Sozialwissenschaften, obschon ihre zu studierenden Phänomene häufig einer ebensolchen Natur sind und einer ebensolchen Sprache bedürfen, besaßen eine solche Sprache bis John von Neumann und Kollegen sie in der Mitte des 20. Jahrhunderts entwickelten. Die evolutionäre Fitness einer Spezies hängt eben nicht nur von der Temperatur und anderen klimatischen Umständen ab, sondern auch von der Präsenz bzw. Absenz anderer konkurrierender Spezies, die z.B. die gleichen Ernährungsstrategien verfolgen. Gleichermaßen hängt der Profit einer produzierenden Firma nicht nur von der Marktnachfrage, sondern auch von der Produktionstätigkeit der Konkurrenz ab.

Es ist daher kein Wunder, dass die Spieltheorie all diese Disziplinen nachträglich revolutioniert hat, da es die Analyse von einer systemischen Ebene auf eine mit dem Handeln des Individuums beginnende Ebene verschoben hat. Folglich kann, in Roger Myersons Worten, die Spieltheorie definiert werden als „as the study of mathematical models of conflict and cooperation between intelligent rational decision-makers" (Myerson 1991). Natürlich ist sich Myerson bewusst, dass nicht dieselben Rationalitätskriterien anwendbar sind, falls wir Spieltheorie nutzen, um das Fressverhalten von Darwinfinken oder das Produktionsverhalten multinationaler Industrieunternehmen zu analysieren.

Und das bringt uns zu unserer zweiten Frage nach den Rationalitätsannahmen der Spieltheorie. Und hierzu möchten wir als erstes klar sagen, dass sie per se keine eigenen hat. Um ein Spiel zu formulieren, bedarf es lediglich der Spezifizierung *von Spielern, ihren Strategien und ihren Auszahlungen*. Diese drei Elemente sollten der Problematik entsprechen, die wir als Wissenschaftler zu untersuchen gedenken. Anders ausgedrückt, welche Rationalitätsannahmen wir über die Beschreibung der Spielbausteine hinaus machen, hängt von den Phänomenen, Problemen und Zielen unserer Forschung ab.

Die getroffenen Rationalitätsannahmen wiederum entscheiden darüber, welches Lösungskonzept für die Analyse relevant ist. Ein Evolutionsbiologe etwa interpretiert Strategien als Evolutionsstrategien und analysiert mit Hilfe der Replikatorgleichungen, welche Strategien evolutionär stabil sein könnten. Interessanterweise und wie sogar schon in der letzten Sektion der Dissertation von John Nash erwähnt, kann ein solcher Ansatz, ohne dass hier große Rationalitätsgedanken relevant sind, wiederum die Nash-Gleichgewichte des zu Grunde liegenden Spieles als evolutionsstabile Langzeitphänomene entdecken.

Anders denkt ein Spieltheoretiker, der z.B. von einer Telekommunikationsfirma bezahlt wird, um sie bei gewissen Investitionen zu beraten, die die Konkurrenz betreffen. Dieser wird sich sehr wohl Gedanken darüber machen, warum die Konkurrenz was, wie und wann tun wird und dann versuchen, darauf so strategisch-rational wie möglich und im materiellen Eigennutz der Telekommunikationsfirma zu reagieren. Wenn die Konkurrenz ähnlich denkt und ähnliche

Grundannahmen macht, kann eine solche Situation ebenso dazu führen, dass ein Nash-Gleichgewicht erreicht wird. Anders als in dem Biologieszenario resultiert das Nash-Gleichgewicht hier vielleicht, weil sich jeder beratende Spieltheoretiker Gedanken der folgenden Art macht: „Wenn ich auf das Verhalten des anderen, so wie ich es erwarte, eine Beste Antwort spiele und der andere nun ebenso eine Beste Antwort auf mein, ihm realistisch erscheinendes Verhalten spielt, etc.“

Um das relevante Rationalitätskonzept zu identifizieren, müssen einige Fragen beantwortet werden.

Gibt es einen auszahlungsorientieren Deliberationsprozess oder folgt der Entscheidungsträger simplen evolutionären oder heuristischen Entscheidungskriterien? Rationalitätsannahmen sind nur dann notwendig, wenn es einen Deliberationsprozess gibt, ansonsten geht es um eine Spezifizierung diverser mechanistischer Entscheidungskriterien und nicht um Deliberationsprozesse und Rationalität.

Angenommen, es gibt einen Deliberationsprozess, nach dem das Individuum versucht, den eigenen Nutzen zu maximieren. Dann gilt es zu verstehen: Wie sind die Präferenzen des Spielers? Repräsentieren die Zahlen des Spieles, wie etwa die Einträge in dessen Normalform, schon die effektiven von Neumann-Morgenstern Nutzen? Oder muss noch für Risikoorientierung und soziale Präferenzen korrigiert werden? Wenn die Einträge in der Spielmatrix eines Normalformspieles nicht etwa die von Neumann-Morgenstern Nutzenwerte beschreiben, sondern nur die anfallenden materiellen Auszahlungen, dann muss das spieltheoretisch zu analysierende Spiel erst noch in von Neumann-Morgenstern Nutzenwerte transformiert werden, um die Nash-Gleichgewichte bestimmen zu können.

Beispiel 3 (Fortsetzung). Wenn Robbie und Priscilla in unserem Beispiel des Gefangenendilemmas etwa ihre eigenen Jahre im Knast gleich werten wie die des anderen, dann wäre die relevante Normalform zur Analyse der Nash-Gleichgewichte folgendermaßen:

Robbie, Priscilla	**Hält sich bedeckt („kooperiert“)**	**Packt aus („defektiert“)**
Hält sich bedeckt („kooperiert“)	-2,-2	-10,-10
Packt aus („defektiert“)	-10,-10	-12,-12

Abbildung 11: Gefangenendilemma transformiert mit gemeinschaftlichen Präferenzen

In diesem Fall wäre also kooperieren die dominante Strategie und das resultierende Nash-Gleichgewicht wäre Kooperation.

Angenommen, eine Normalform beinhaltet nun bereits die von Neumann-Morgenstern Nutzenwerte, so stellen sich immer noch einige Fragen, die es zu beantworten gilt, bevor ein Rationalitätskonzept formuliert und der Analyse zu Grunde gelegt werden kann: Wie komplex ist das resultierende Spiel? Wie rational sind die Spieler? Und ist dieses Spiel *Common Knowledge*, d.h., weiß jeder Spieler genau, was die Auszahlungen bzw. Konsequenzen für alle Spieler in allen Szenarien sind? Gibt es experimentelle oder andere empirische Grundlagen für die relevanten Rationalitätsannahmen (vgl. Kapitel II.4)? Ein wichtiger Agendapunkt der nichtkooperativen Spieltheorie bleibt des Weiteren weiterhin das sogenannte „Nash-Programm", d.h. die Untermauerung kooperativer Lösungskonzepte (vgl. Kapitel II.3) durch nichtkooperative Modelle.

6. Abschließende Bemerkungen

Die Spieltheorie ist eine einmalig einfache und präzise Sprache zur Formulierung komplexer Interaktionen zwischen mehreren und miteinander zusammenhängenden Entscheidungsträgern. Ihr Modellierungsspielraum geht deutlich über die herkömmliche 1-Person-Entscheidungstheorie (vgl. Kapitel II.1), basierend auf subjektiver Erwartungsnutzenmaximierung, hinaus. Die Spieltheorie ist keineswegs die Theorie des eigennützigen Handelns, der Eskalation der Gewalt und des Scheiterns kollektiver Ziele. Unter gewissen Rationalitätsannahmen jedoch ist die Spieltheorie einmalig dazu qualifiziert, ebensolche Phänomene auf individuelle Entscheidungen zurückzuführen und zu erklären.

Die Tatsache, dass die überwiegende Mehrzahl der spieltheoretischen Anwendungen in den Sozialwissenschaften bei streng eigennützigen und engen Rationalitätsannahmen stehen bleiben und dann darauf aufbauend das Nash-Gleichgewicht verwenden, um Vorhersagen abzuleiten, die dann wiederum häufig als empirisch falsch verworfen werden, ist mehr Zeichen der mangelnden Modellierungsfantasie und des mangelnden Wissens um alternative Lösungskonzepte als ein Zeichen des Scheiterns der nichtkooperativen Spieltheorie. Schach, zum Beispiel, hat eine garantierte Gewinn- bzw. Unentschiedenstrategie. Das wissen wir seit von Neumann (1928) – nur keiner weiß, wie man sie spielt. Dass es sie gibt, bedeutet natürlich noch lange nicht, dass ein Wissenschaftler besonders schlau wäre, vorherzusagen, dass niemals jemand mehr eine Schachpartie verlieren wird.

Es ist an der Zeit, die Erkenntnisse aus der experimentellen, empirischen und verhaltensbasierten Spieltheorie zu verwenden, um realistische Rationalitätsannahmen zu treffen. Diese beinhalten sowohl soziale und distributive Präferenzen als auch begrenzte Rationalität und Lernverhalten. Die Hoffnung ist, dass auf der Basis solcher realistischeren Modelle erfolgreichere Vorhersagen möglich werden. Die dem Stereotyp eines Dr. Strangelove entsprechenden Rationalitätsannahmen, die von kritischen Wissenschaftlern aus der Verhaltensforschung immer wieder als Kern der nichtkooperativen Spieltheorie bezeichnet werden (um sie dann empirisch zu widerlegen), sind lediglich Modellkarikaturen und gehören entmufft.

Literatur

Aumann, R.J., 1959: Acceptable Points in General Cooperative n-Person Games. S. 287–324 in A.W. Tucker, R.D. Luce & R.J. Aumann (Hrsg.), Contributions to the Theory of Games IV. Princeton: Princeton University Press.

Cournot, A., 1838: Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses. Paris: Hachette.

Dekel, E. & M. Siniscalchi, 2015: Epistemic Game Theory. S. 619–702 in H.P. Young & S. Zamir (Hrsg.), Handbook of Game Theory with Economic Applications. Volume 4. Amsterdam: North Holland.

Harsanyi, J.C., 1967/68: Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players. Management Science 14: 159–182, 320–334, 486–502.

Myerson, R.B., 1991: Game Theory – Analysis of Conflict. Cambridge: Harvard University Press.

Nash, J.F., 1951: Non-Cooperative Games. Annals of Mathematics 54: 286–295.

von Neumann, J., 1928: Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. Mathematische Annalen 100: 295–320.

von Neumann, J. & O. Morgenstern, 1944: Theory of Games and Economic Behavior. New York: John Wiley and Sons.

Osborne, M.J. & A. Rubinstein, 1994: A Course in Game Theory. Cambridge: MIT Press.

Selten, R., 1965, Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodels mit Nachfrageträgheit. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 121: 301–324.